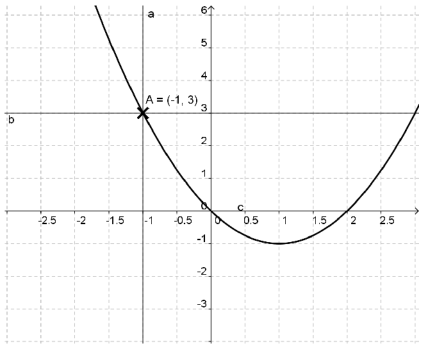
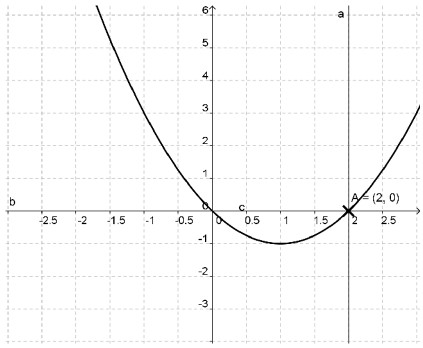
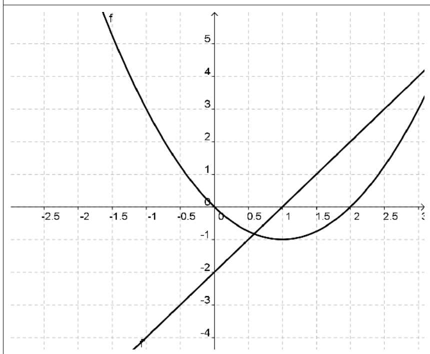
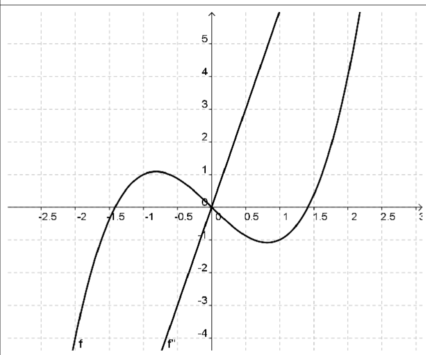
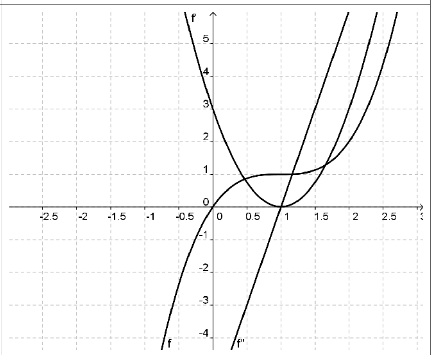
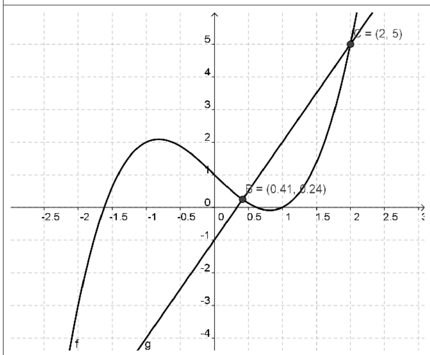
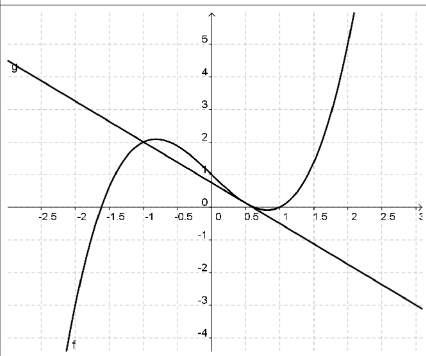
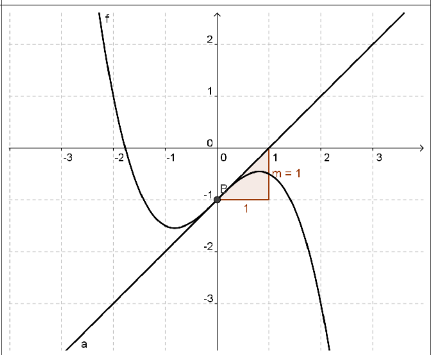
„Übersetzungstabelle“ für Bedingungen der Rekonstruktion

<table>
<tr><th>Eigenschaft</th><th>Funktionswert y_0
(z.B. $P(x_{0,}y_0)$)</th><th>Nullstelle $(P(x_{0,}0))$</th></tr>
<tr><td>Graph</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Notwendige Bedingung</td><td>$f(x_0)=y_0$</td><td>$f(x_0)=0$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Extremalstelle
(Hochpunkt, Tiefpunkt, Minimum, Maximum)</th><th>Wendestelle
(Wendepunkt)</th><th>Sattelpunkt</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$f'(x_0)=0$</td><td>$f''(x_0)=0$</td><td>$f'(x_0)=0$
$f''(x_0)=0$</td></tr>
</table>

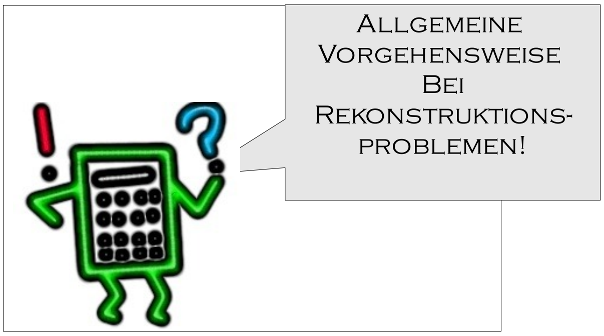
<table>
<tr><th>Schnittpunkt</th><th>Berührpunkt</th><th>Steigung m</th></tr>
<tr><td>
</td><td></td><td>
</td></tr>
<tr><td>$f(x_0)=g(x_0)$</td><td>$f(x_0)=g(x_0)$
$f'(x_0)=g'(x_0)$</td><td>$f'(x_0)=m$</td></tr>
</table>

Beispiel:

$f(x)$ ist eine Funktion 3.Grades, welche $g(x)=0.5x-1$ in $x_0=-1$, $x_1=0$ und $x_2=1$ schneidet. Ferner hat f am Schnittpunkt $P(x_{1,} f(x_1))$ die Steigung 1.

Ganz allgemein geht man beim Rekonstruieren wie folgt vor:

1.) Ansatz
2.) Eigenschaften von $f(x)$
3.) Umsetzen in Gleichungen
4.) Lösen des LGS
5.) Resultat



1.) Ansatz
a) $f(x)$ hat Grad 3 :

$$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d \; ; \; f'(x)=3ax^2+2bx+c \; ; \; f''(x)=6ax+2b$$

b)
$g(-1)=-1{,}5$; $g(0)=-1$; $g(1)=-0{,}5$

2.) Eigenschaften
$f(-1)=g(-1)$; $f(0)=g(0)$; $f(1)=g(1)$; $f'(0)=1$

3.) Umsetzen

$f(-1)=g(-1)$	$\Rightarrow$	$a(-1)^3+b(-1)^2+c(-1)+d=-1{,}5$ $-a+b-c+d=-1{,}5$
$f(0)=g(0)$	$\Rightarrow$	$a(0)^3+b(0)^2+c(0)+d=-1$ $d=-1$
$f(1)=g(1)$	$\Rightarrow$	$a(1)^3+b(1)^2+c(1)+d=-0{,}5$ $a+b+c+d=-0{,}5$
$f'(x)=3ax^2+2bx+c$	$\Rightarrow$	$3a\cdot 0^2+2b\cdot 0+c=1$ $c=1$

4.)

Das LGS lautet also:

-a	+b	-c	+d	=	-1,5
			d	=	-1
a	+b	+c	+d	=	-0,5
		c		=	1

Erster Schritt beim Lösen eines LGS ist es, so bald als möglich die schon gefundenen Lösungen zu notieren und wieder in die

$-a+b-2=1{,}5$	I
$a+b=-0{,}5$	II

$-a+b=0{,}5$	I
$a+b=-0{,}5$	II

$II+I\Rightarrow$

$-a+b=0{,}5$	I
$2b=0$	II

Systemgleichungen einzusetzen:

$c=1$
$d=-1$

$-a+b=0{,}5$	I
$b=0$	II

II in I einsetzen und nach a auflösen

$a=-0{,}5$	I
$b=0$	II

5.) Resultat

$f(x)=-0{,}5\cdot x^3+0\cdot x^2+x-1$