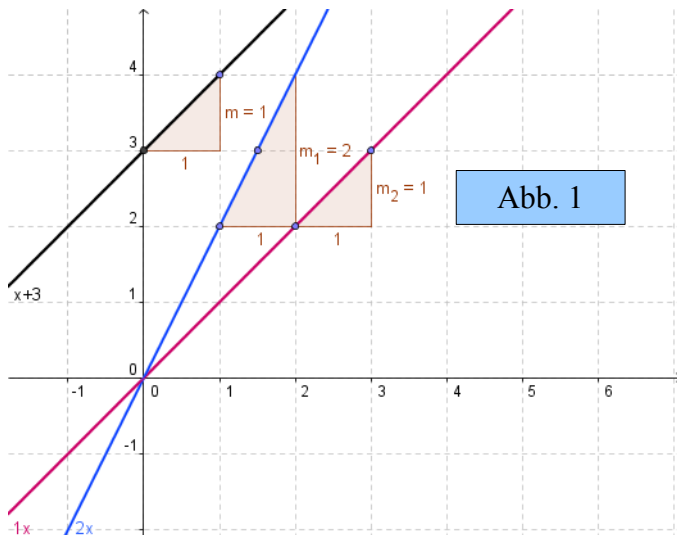


Geraden



Zur Wiederholung: $\{m, n\} \in \mathbb{R}$ bedeutet Umgangssprachlich, das m und n „ganz normale Zahlen“ sind.

Ein Ausdruck $y = mx + n$ heißt, wenn $\{m, n\} \in \mathbb{R}$, Geradengleichung.

Eine Funktion $f(x) = mx + n$ heißt, wenn $\{m, n\} \in \mathbb{R}$, „lineare Funktion“.

Der Graph einer Geradengleichung (oder einer linearen Funktion) heißt „Gerade“.

Um ganz Mathematisch genau zu sein, müsste man zwischen affin-linear und linear unterscheiden, aber damit wartet man bis zum Grundstudium Mathematik. Ich verrate es trotzdem: „Linear im ganz strengen Sinne“ bedeutet, das die Konstante „ n “ oben nicht dabei steht, während „affin-linear“ oder „inhomogen-linear“ bedeutet, das da wirklich ein $n \neq 0$ steht:

$y = mx$ heißt linear

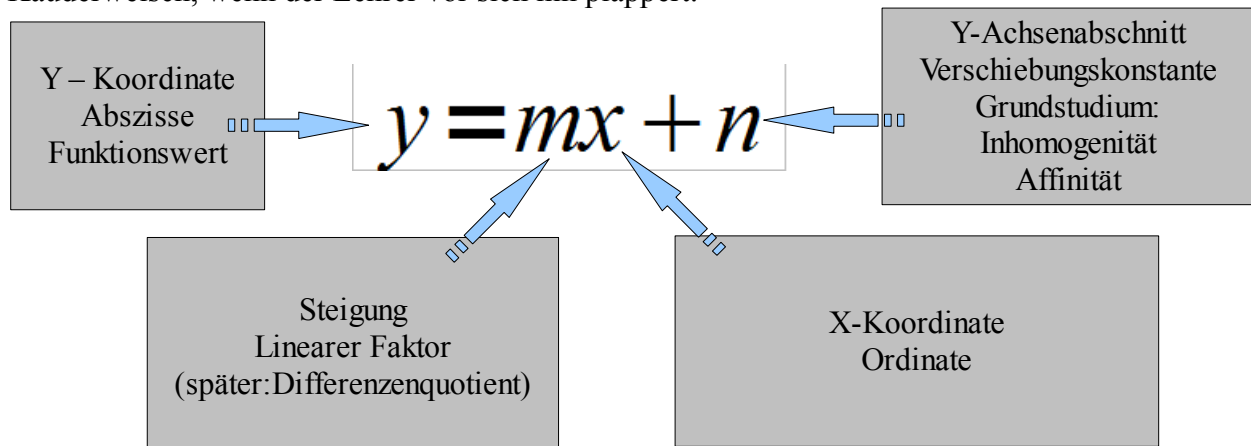
$y = mx + n$ heißt „affin-linear“, wenn n nicht 0 ist.

Welche der Funktionen

a.) $f(x) = 2x - 4$	b.) $f(x) = -3x - 2$	c.) $f(x) = \frac{1}{3}x$
d.) $f(x) = 2x + 2$	e.) $f(x) = 2x - 0.21$	

Ist linear? Welche affin-linear? Woran sieht man das an den Funktionen in Abb. 1?

Mehr-oder-weniger wichtige Begriffe bei linearen Gleichungen sind die Namen der einzelnen Teile. Sonst kann man ganz schlecht über Mathematik reden, beziehungsweise, man versteht nur Kauderwelsch, wenn der Lehrer vor sich hin plappert.



Stellen wir uns doch mal folgendes Problem:

Wenn ich drei der 4 variablen y, x, m, n habe, wie bekomme ich die Vierte?

$y=1, x=2, m=3, n=?$	$1 = 2 \cdot 3 + n \quad -6$ $-5 = n$
$y=1, x=2, n=3, m=?$	$1 = m \cdot 2 + 3 \quad -3$ $-2 = m \cdot 2$ $-1 = m$
$y=1, m=2, n=3, x=?$	$1 = 2 \cdot x + 3 \quad -3$ $-2 = 2 \cdot x$ $x = -1$
$x=1, m=2, n=3, y=?$	$y = 2 \cdot 1 + 3$ $y = 5$

Eine passende Aufgabe an dieser Stelle wäre z.B. das ergänzen folgender Tabellen:

y	x	m	n
3	4	5	?
?	3	4	5
3	?	4	5
3	4	?	5

y	x	m	n
-2	4	5	?
?	-2	4	5
3	?	-2	5
3	4	?	-2

y	x	m	n
$\frac{1}{5}$	4	-2	?
?	$\frac{1}{5}$	4	-2
-2	?	$\frac{1}{5}$	5
3	-2	?	$\frac{1}{5}$

In vielen Fällen hat man es mit folgenden Problemen zu tun:

Wie finde ich eine Gleichung einer Geraden, wenn ich

- 1.) Nur zwei Punkte weiß?
- 2.) Nur einen Punkt und die Steigung kenne?

1.) Sagen wir, die beiden Punkte die ich kenne, sind $P(2,5)$ und $Q(3,7)$.

$$m \text{ ist dann } \frac{(5-7)}{(2-3)}, \text{ oder } \frac{\text{Unterschied in } y}{\text{Unterschied in } x} \text{ oder } \frac{(y_p - y_q)}{(x_p - x_q)}$$

so, dann habe ich schon mal m , x , und y , und kann wie oben vorgehen, um n zu berechnen.

2.) Problem Nummer 2 ist eigentlich kein besonderes Problem – wir haben ja oben schon gelernt, wie man n ausrechnet, wenn man x, y, m hat.

Machen wir doch ein zwei Beispiele:

P(3,5) Q(1,9)

$$m = \frac{(9-5)}{(1-3)} = \frac{4}{-2} = -2$$

y=5, x=3, m=-2
(welchen der beiden Punkte P oder Q wir für x und y hernehmen, ist egal)

$$5 = 3 \cdot -2 + n$$

$$5 = -6 + n$$

...

$$n = 11$$

also lautet die Geradengleichung $y = mx + n$
($m = -2$) ; ($n = 11$)

$$y = -2 \cdot x + 11$$

P(3,4) Q(5,7)

$$m = \frac{(7-4)}{(5-3)} = \frac{3}{2} = 1,5$$

y=4, x=3, m=1,5
(welchen der beiden Punkte P oder Q wir für x und y hernehmen, ist egal)

$$4 = 3 \cdot 1,5 + n$$

$$4 = 4,5 + n$$

...

$$n = -0,5$$

also lautet die Geradengleichung $y = mx + n$
($m = 1,5$) ; ($n = -0,5$)

$$y = 1,5 \cdot x - 0,5$$

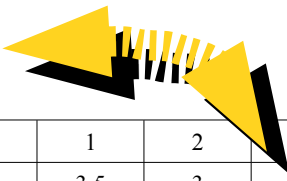
Jetzt können wir rechnerisch schon alles. Echt? Echt. Der Rest ist Übung.

Fangen wir also mit den banalen Übungen an, z.B. dem erstellen einer Wertetabelle und dem zeichnen linearer Funktionen.

Wertetabelle für $y = -\frac{1}{2}x + 4$

Im Normalfall ist $x \in \{-5 \dots +5\}$ ein brauchbarer Bereich, was heißt, das ich nacheinander die Werte -5, -4....und so weiter bis 5 für x einsetze, das ganze ausrechne und beim dazugehörigen y notiere:

Bsp für $x = 3 \rightarrow y = -\frac{1}{2} \times 3 + 4 \quad y = -1,5 + 4 \quad y = 2,5$

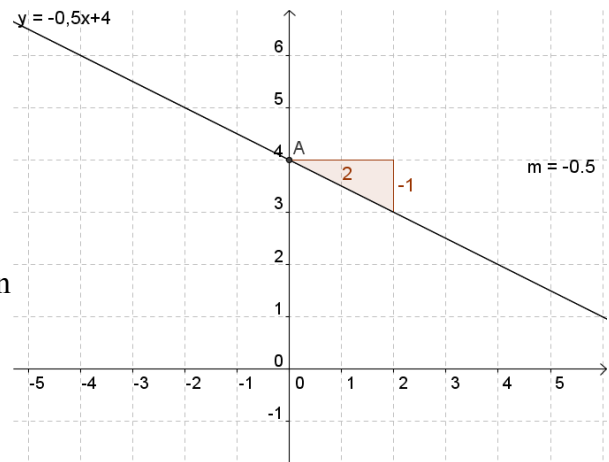


x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	6,5	6	5,5	5	4,5	4	3,5	3	2,5	2	1,5

Wenn man nun alle Punkte in ein Koordinatengitter einträgt, und Sie verbindet, sollte man eine Gerade bekommen. Dazu müsste ich aber recht viel Zeichnen, sind ja immerhin 11 Punkte. Das ist dem „Profi“ zu viel Arbeit, weswegen es zwei schnellere Methoden gibt, das ein zu zeichnen.

Die übliche Methode, eine Gerade zu zeichnen, ist:

- 1.) Den y-Achsenabschnitt $A=(0,4)$ einzeichnen
- 2.) Das Steigungsdreieck einzeichnen. Hier ist $m = \frac{-1}{2}$, also geht man 2 (den Nenner) nach rechts und 1 nach unten. Wäre der Bruch positiv, würde man nach oben gehen.



Weniger üblich ist die Ordinaten-Abszissen-Methode. Auch hier zeichnet man $A(0,4)$ ein, danach $B(8,0)$. Die „8“ bekommt man, indem man $-\frac{n}{m}$ berechnet:

$$n = 4$$

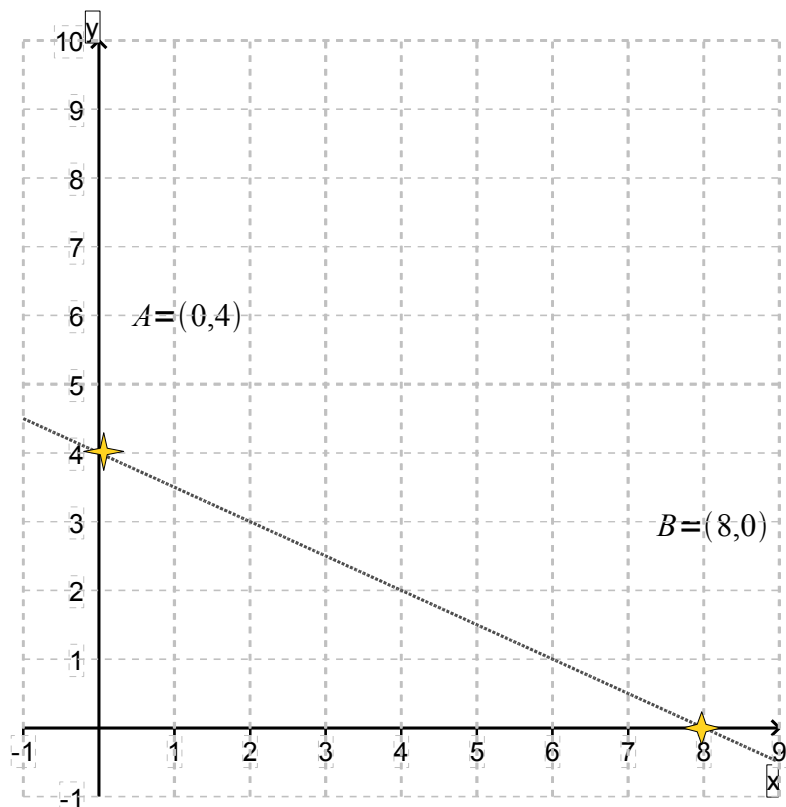
$$m = -\frac{1}{2}$$

$$-n = -4$$

$$-\frac{4}{(-1/2)} = 8 = x \quad y = 0$$

$$B = (x, y) = (8, 0)$$

In Wirklichkeit haben wir $0 = -\frac{1}{2}x + 4$ nach x aufgelöst, also, eine sogenannte „Nullstelle“ bestimmt. Nullstellen heißen so, weil $y = 0$ ist.



Der Vorteil dieser Methode ist, dass man sich keine Gedanken machen muss, wie groß man das Koordinatensystem zeichnet – solange beide Punkte drauf sind, ist alles prima 😊

Dann mal ein paar typische Aufgaben.... (to be continued...)